**БУ «Сургутский колледж русской культуры им. А.С. Знаменского»**

**ПРАКТИКУМ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

**Математика и информатика.**

**АЛГЕБРА**

**2019**

**Составитель: Спица О.В.- преподаватель математики информатики**

**Корень n-ой степени и его свойства.**

***Теоретические сведения.***

**Корнем n-ой степени** из неотрицательного числа ***а*** называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень n получается число ***а*.**

**= b, = a, где a≥0, b**

Число ***a***называют подкоренным числом, а число ***n*** - показателем.

**Свойства корня n – степени.**

1. **=·,** где a≥0, b≥0;
2. **= ,** где a≥0, b>0;
3. **()k = ,** где a≥0;
4. **= ,** где a≥0;
5. **= ,** где a≥0;
6. **= ,** где a≥0.

**Дополнительная информация.**

**Таблица некоторых значений степениan.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a/n** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **2** | **4** | **8** | **16** | **32** | **64** | **128** | **256** | **512** | **1024** |
| **3** | **9** | **27** | **81** | **243** | **729** | **2187** |  |  |  |
| **4** | **16** | **64** | **256** | **1024** | **4096** |  |  |  |  |
| **5** | **25** | **125** | **625** | **3125** |  |  |  |  |  |
| **6** | **36** | **216** | **1296** |  |  |  |  |  |  |
| **7** | **49** | **343** | **2401** |  |  |  |  |  |  |
| **8** | **64** | **512** | **4096** |  |  |  |  |  |  |
| **9** | **81** | **729** |  |  |  |  |  |  |  |

***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

**Вычислите: - - - .**

- - - = = - - - = - 0,3 -0,2 -3 +

+2 = - 1,5.

***Задача 2.***

**Упростите выражение: .**

= = = = = =.

***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

**5.1.**Вычислите:

1) ; 2) ; 3); 4); 5);

6); 7); 8); 9) ;

10) ; 11) 12) ; 13) ; 14)

**5.2.**Найдите значение выражения:

1)  + ; 2) + ; 3) - ;

4) + - ; 5) ; 6);

7); 8); 9); 10);

11)·; 12)·; 13)·; 14);

15); 16); 17); 18) ;

19) ; 20) ; 21) ; 22):; 23):;

24); 25) 26) ; 27) ; 28) ;

29) ; 30) ; 31) ; 32) ·;

33) ·; 34) ; 35) .

**5.3.**Упростите выражение:

1) ; 2); 4)·;

5)·; 6)·; 7)·;

8):; 9) : ; 10) : ;

11) : ; 12) ; 13); 14);

15); 16); 17);

18); 19); 20).

**Степень с рациональным и иррациональным показателем и её свойства.**

***Теоретические сведения.***

**Степень с рациональным показателем: = , где a≥0, q∈N, p∈Z.**

**Свойства степени.**

1. **a0 = 1,**где a≠0;
2. **a1 = a;**
3. **a-1 =,**где a≠0;
4. **a-n =,**где a≠0;
5. · = ;
6. **=,**гдеa≠0;
7. **(an)k = ank**;
8. **an·bn = (ab)n;**
9. **=**  , гдеb≠0;
10. **=,** гдеa≠0, b≠0.

***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

**Вычислить .**

= = = 125.

***Задача 2.***

**Вычислить · .**

· =( = = = = 51 =5.

***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

**6.1.**Найдите значение выражения:

1) ; 2) ; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ;

7)·; 8); 9) : ; 10) : ; 11) ; 12) ·;

13) ·; 14) : ; 15) : ; 16)48⋅1110:448; 17) 38⋅411:127; 18) 99⋅77:636; 19) 39⋅49:127; 20)119⋅711:779; 21) 310⋅2511:759; 22) 3√5+10⋅3−5−√5; 23); 24); 25); 26); 27); 28) ·; 29)· · .

**6.2**. Упростите выражение:

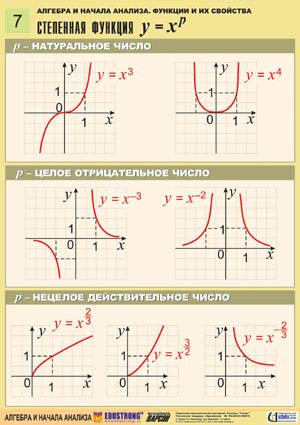
1)·; 2) ··; 3) : ; 4) : ;

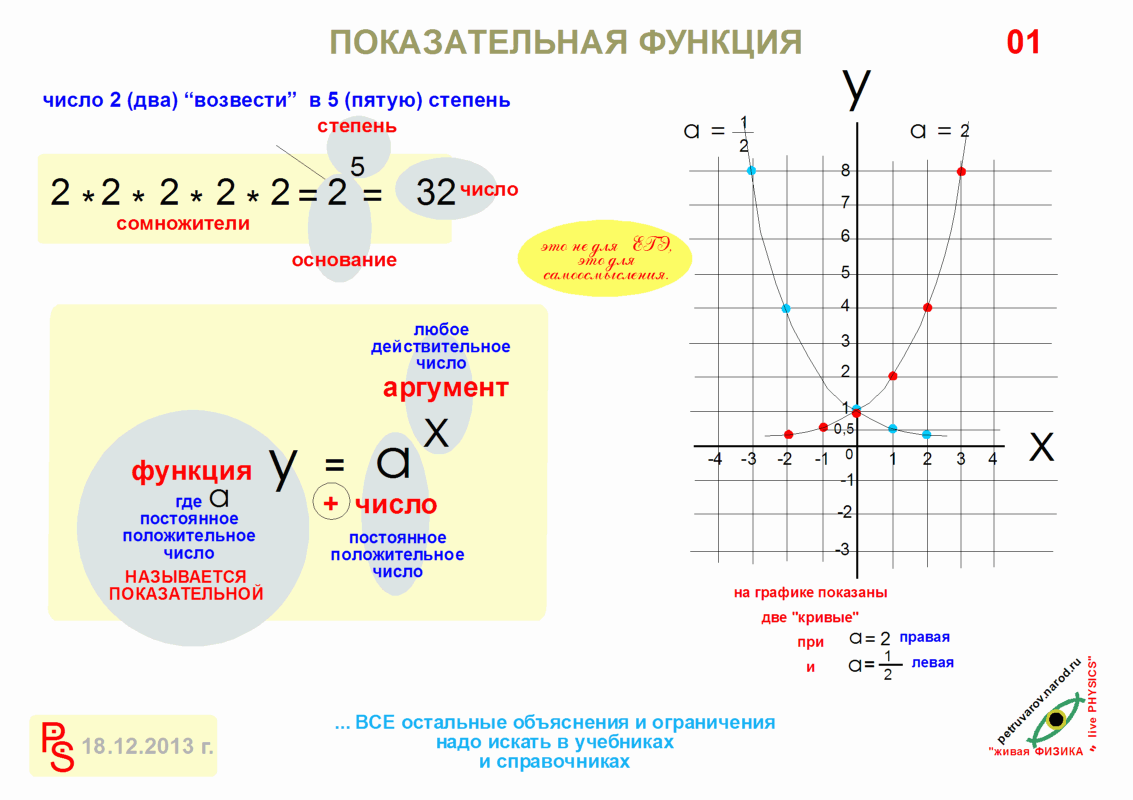
5)·: ; 6) : · ; 7);

8); 9); 10)·.

**Степенная и показательная функции, их свойства и графики.**

***Теоретические сведения.***





***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

В одной системе координат построить графики функций, находя сначала их области определения и множества значений: y = x3 и y = .

Область определения функции y = x3: x∈R.

Множество значений функции y = x3: y∈R.

Область определения функции y = : x≥0.

Множество значений функции y = : y≥0.



***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

**7.1.** Изобразить схематически график функции и указать её область определения и множество значений, промежутки возрастания и убывания:

1) y=x6; 2) y=x5; 3) y=; 4) y=x-2; 5) y=x-3; 6) y=; 7) y=3x; 8) y=0,4x; 9) y=.

**7.2.** Путем преобразования графиков исходных функций схематически изобразить графики функций, указать свойства функций:

1) y=(1 + x)6; 2) y=x5 - 2; 3) y=; 4) y=2x-2; 5) y=(x -1)-3; 6) y= -2; 7) y=3x-1; 8) y=0,4x +1.

**Логарифм. Десятичные и натуральные логарифмы. Правила действий над логарифмами.**

***Теоретические сведения.***

**Логарифмом** положительного числа b по основанию a, где a>0, a≠1, называется показатель степени c, в которую надо возвести число a, чтобы получить b.

**=c, где =b.**

**Натуральным логарифмом числа** называют логарифм этого числа по основанию e, где е – иррациональное число, приближенно равное 2,7. При этом пишут , вместо*.*

**Десятичным логарифмом числа** называют логарифм этого числа по основанию 10. При этом пишут , вместо*.*

**Правила действий над логарифмами.**

1. **= b - основное логарифмическое тождество;**
2. **= + ;**
3. **= - ;**
4. **= r;**
5. **= · ;**
6. **= – формула перехода к новому основанию;**
7. **Если = , то = .**

***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

*Вычислить .*

, так как = 128.

***Задача 2.***

*Вычислить .*

= · 7 = .

***Задача 3.***

*Вычислить .*

= = = = =.

***Задача 4.***

*Вычислить:.*

= = 2.

***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

**8.1.** Вычислите:

; **2); 3)**; **4)**; **5)**; **6)**;

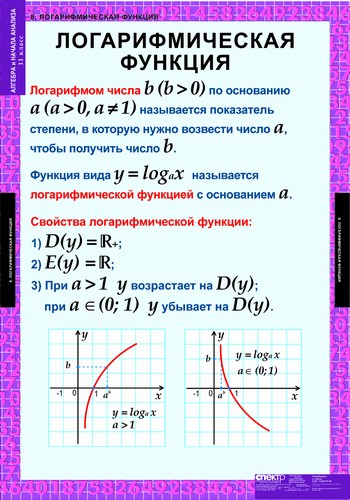
**7)**; **8)**; **9)**;; **11)**; **12)**; 1**3)**; **14)**; **15)**;**16)**;**17)**;**18)**;**19)**;**20)**;**21)**;**22)**;**23)**;**24)**;**25)**;**26)**;**27)**;**28)**;**29)**;**30)**; **31)**; **32)**; **33)**;**34)**;**35)**;**36)**.

**8.2.**Найдите значение выражения:

1. ·
2. 7 ·;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ·
11. ;
12. ;
13. ;
14. ;
15. - -3;

**Логарифмическая функция, её свойства и график.**

***Теоретические сведения.***



***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

Какие из данных функций являются логарифмическими

1).

2).

3). у

4). у

5). у

*Решение:*

1). , условие не выполняется, следовательно, это не логарифмическая функция.

2). , условия выполняются, это логарифмическая функция.

3).

Область определения этой функции не множество всех положительных чисел.

Если заменить х – 1 = t, получим функцию , область определения которой t>0 – эта функция будет являться логарифмической.

4). *,* последнее условие не выполняется, это не логарифмическая функция

5). Нет. По основному логарифмическому тождеству, мы получим функцию:

*-* линейная функция.

***Задача 2.***

Схематически изобразить графики логарифмических функций.

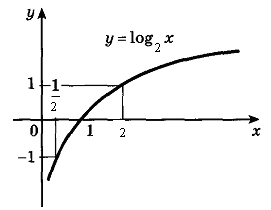
1)

2) 

*Решение:*

1. 

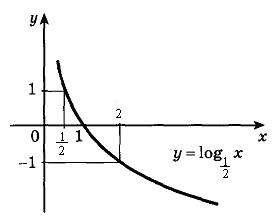
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | ½ |
| у | 0 | 1 | -1 |



2)



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | ½ |
| у | 0 | -1 | 1 |



***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

**9.1.**

Найти область определения функции:

**9.2.**

Сравните числа:

1. и
2. и
3. и
4. и

**9.3.**  Решите неравенства:

**9.4.** Построить график функции, найти её область определения и множество значений:

1)

2)

**Логарифмические уравнения.**

***Теоретические сведения.***

|  |  |
| --- | --- |
| Вид простейшего логарифмического уравнения | Способ преобразования |
| **loga f(x)=b**,  где **a, b** - числа, **f(x)** - функция | **f(x)=ab** |
| **loga f(x) = loga g(x)**,  где  **f(x) и g(x)**  - функции | **f(x)=g(x)** |

Полученные в ходе решения значения переменной **х** могут являться посторонними корнями уравнения. Для их выявления проверяем условия **f(x)>0, g(x)>0. Если хотя бы одно условие не выполняется, то найденное значение переменной х не является корнем уравнения.**

***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

Решить уравнение log2**(x-2)**=3

Решение:

log2(x-2)=3;

х-2=23;

х-2=8;

х=10

Проверка:

[Подставляем х=10 в выражение ***х-2, результат подстановки должен быть положительным числом***]

10-2>0, значит х=10 является корнем уравнения.

Ответ: 10

***Задача 2.***

Решить уравнение log2**(x-2)**= log2**(2x-3)**

Решение:

log2**(x-2)**= log2**(2x-3)**

х-2=2х-3

х-2х= -3+2

-х= -1

х=1

Проверка:

[Подставляем х=1 в выражения ***х-2 и 2х-3, результаты подстановки должны быть положительными числами***]

1-2<0, следовательно найденное значение переменной х не является корнем уравнения.

Ответ: корней нет.

Более сложные уравнения сводятся к простейшим в ходе алгебраических преобразований (вынесение общего множителя, применение формул сокращенного умножения и т.д.) и применение свойств логарифма.

***Задача 3.***

Решить уравнение log2**(x-2)+** log2**(2x-3)** = log2**(x-1)**

Решение:

log2**(x-2)+** log2**(2x-3)** = log2**(x-1)**

**[Упростим левую часть уравнения, используя свойство сложения логарифмов с одинаковыми основаниями ( = + )]/**

log2**(x-2)(2x-3)** = log2**(x-1)**

log2**(x2-7x+6)** = log2**(x-1)**

x2-7x+6= x-1

x2-8x+7=0

D=b2-4ac

D=(-8)2-4∙1∙7=64-28=36

x1= 7

x2 = 1

Проверка:

1. *При х=7*

[Подставляем в выражения **x-2, 2x-3** и **x-1 *результаты подстановки должны быть положительными числами***]

7-2>0, 2∙7-3>0, 7-1>0 следовательно найденное значение переменной х является корнем уравнения

1. *При х=1*

[Подставляем в выражения **x-2, 2x-3** и **x-1 *результаты подстановки должны быть положительными числами***]

1-2<0, следовательно найденное значение переменной х не является корнем уравнения

***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

1. **Решите уравнения**
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 

**Логарифмические неравенства.**

***Теоретические сведения.***

Между методами решений логарифмических уравнений и логарифмических неравенств есть существенные **отличия:**

1)для решения логарифмических неравенств необходимо установить характер монотонности соответствующей логарифмической функции в зависимости от величины её основания.

2)решением неравенства, как правило, является бесконечное множество чисел, и значит, о выполнении проверки найденных решений не может быть и речи, поскольку в отличие от уравнений это просто невозможно. Поэтому при решении логарифмических неравенств особое значение приобретает умение проводить равносильные преобразования неравенств.

При решении логарифмических неравенств не­обходимо учитывать, что

1. **loga f(x) ≥ b**  <=> f(x) **≥** а b, если а > 1,

0 < f(x) **≤** а b, если 0 < а < 1.

2. **loga f(x) ≤ b**  <=> 0 < f(x) **≤** а b, если а > 1,

f(x) **≥** а b, если 0 < а < 1.

g(x) ≥ h(x),

h(x) > 0,

f(x) > 1,

3. **log f(x) g(x) ≥ log f(x) h(x)** <=> h(x) ≥ g(x),

g(x) > 0,

0 < f(x) < 1,

g(x) ≤ h(x),

g(x) > 0,

4. **log f(x) g(x) ≤ log f(x) h(x)** <=> f(x) > 1,

h(x) ≤ g(x),

h(x) > 0,

0 < f(x) < 1.

***Примеры решения заданий.***

***Задача 1.***

Решите неравенство log5(2x+3)>log5(x- 1).

Решение. Так как функция f(t) = log51 опре­делена и возрастает на промежутке (0; +∞), то данное неравенство равносильно следующей системе

2x + 3 > x – 1

x – 1 > 0.

Решая неравенства системы, получаем x > -4

x > 1.

Таким образом, решением данного неравенства является промежуток (1;+ ∞).

Ответ. (1;+ ∞).

***Задача 2.***

Решите неравенство

log1/2(2x - 5) < -2.

Решение. Представим правую часть неравен­ства в виде логарифма с основанием 1/2. Получим неравенство

log1/2 (2x - 5) < log1/2 4.

Так как функция f(x) = log 1/2 tопределена и убывает на промежутке (0; + ∞),то данное неравенст­во равносильно следующей системе

2х-5>4,

2х-5>0.

Данная система равносильна неравенству

2х - 5 > 4, или х > 4,5.

Таким образом, решением данного неравенства является промежуток (4,5; + ∞).

О т в е т (4,5; + ∞).

***Задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.***

1. **Решите неравенства**
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 